



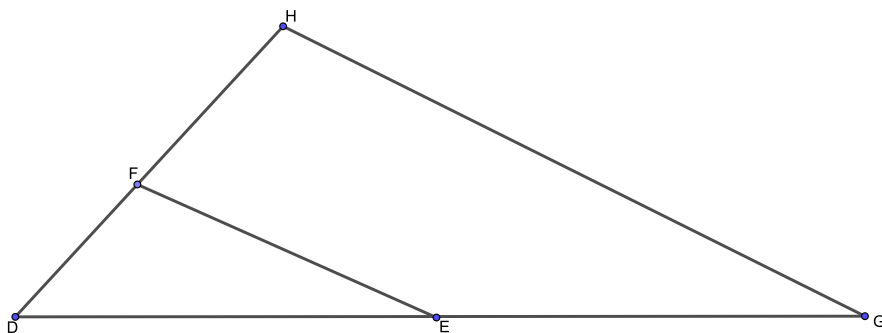
SOLUCIONES
TERCERA FASE - OLIMPIADAS ONLINE DE MATEMÁTICA 2020
TERCERO Y CUARTO ENSEÑANZA MEDIA

Nombre:

Nivel:

Establecimiento :

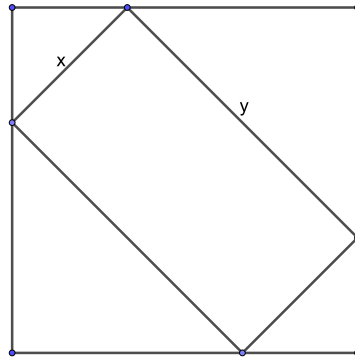
1. En la figura adjunta, $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$. Si las longitudes de los segmentos $\overline{DE}$, $\overline{EG}$, $\overline{DF}$ y $\overline{FH}$ son $(z + 4)$, $(z + 6)$, z , y $(z + 1)$ centímetros respectivamente, entonces el valor de z es igual a:



- a) 3 centímetros
b) 1 centímetro
c) 4 centímetros **Alternativa Correcta**
d) 6 centímetros
e) Ninguna de las anteriores.



2. En un cuadrado de lado A cm se ha inscrito un rectángulo de lados x cm e y cm, tal como muestra la figura adjunta. Entonces, A en función de x e y , es igual a:



- a) $\frac{x+y}{2}$ cm.
- b) $\frac{x+y}{\sqrt{2}}$ cm. **Alternativa Correcta**
- c) $\sqrt{x^2 + y^2}$ cm.
- d) $2\sqrt{xy}$ cm.
- e) Ninguna de las anteriores.
3. En una caja hay 100 bolitas del mismo tamaño, de las cuales 90 son de color negro y 10 son de color blanco. Entonces, el número de bolitas de color negro que hay que sacar de la caja para que el porcentaje de bolitas de color negro en la caja baje de un 90 % a un 80 % es:
- a) 10
- b) 30
- c) 40
- d) 50 **Alternativa Correcta**
- e) Ninguna de las anteriores.



-
4. Jorge tiene 1.800 cajas vacías, y quiere colocar una o más fichas en cada una de ellas, pero de tal forma que todas las cajas tengan una cantidad distinta de fichas. Entonces, el número **mínimo** de fichas que necesita Jorge es:
- a) 3.600 fichas.
 - b) 5.400 fichas.
 - c) 1.620.900 fichas. **Alternativa Correcta**
 - d) 12.967.200 fichas.
 - e) Ninguna de las anteriores.
5. En una temporada de liquidación, a unas zapatillas de una muy buena y exclusiva marca, le han aplicado en los últimos 2 meses tres descuentos sucesivos de un 20 % cada uno. Entonces, comparado con el precio que tenía antes de los descuentos, las zapatillas han tenido un descuento total de un:
- a) 60 %
 - b) 48,8 % **Alternativa Correcta**
 - c) 51,2 %
 - d) 48 %
 - e) Ninguna de las anteriores.

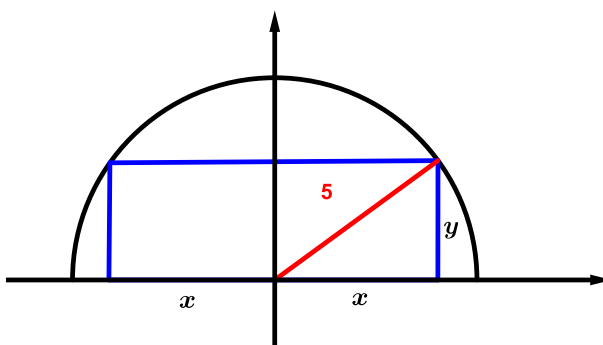


6. Para hacer un camino de asfalto en 183 días, un ingeniero calculó que serán necesarios 16 obreros trabajando 10 horas al día cada uno. Por razones presupuestarias, finalmente se contrató solamente a 8 obreros trabajando 6 horas diarias cada uno. Entonces, la cantidad de días que durará el trabajo es:
- a) 610 días **Alternativa Correcta**
 - b) 366 días
 - c) 1.220 días
 - d) 732 días
 - e) Ninguna de las anteriores.
7. Un capital de x pesos se invierte en una financiera al 10 % de interés compuesto anual durante 2 años, y el capital final se vuelve a invertir al 20 % de interés compuesto anual durante 2 años más. Entonces, el resultado de la operación al cabo de los 4 años entregará la cantidad de:
- a) $(1,32)^4 \cdot x$ pesos
 - b) $(1,32)^2 \cdot x$ pesos **Alternativa Correcta**
 - c) $(1,3)^2 \cdot x$ pesos
 - d) $(2,3)^4 \cdot x$ pesos
 - e) Ninguna de las anteriores.



PROBLEMAS DE DESARROLLO: “En los siguientes tres problemas, que son de desarrollo, se le solicita a el (la) alumno(a) justificar de alguna forma sus conclusiones y/o resultados.”

8. De entre todos los rectángulos que pueden inscribirse en una semicircunferencia de radio 5 cm, teniendo la base inferior en el diámetro (como muestra la figura), encontrar las dimensiones de aquel cuya área es la mayor posible.



Solución: Dado que $x^2 + y^2 = 25$, entonces el área del rectángulo es:

$$A(x) = 2x\sqrt{25 - x^2}, \quad 0 < x < 5.$$

Calculando se obtiene:

$$A'(x) = \frac{50 - 4x^2}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{(\sqrt{50} + 2x)(\sqrt{50} - 2x)}{\sqrt{25 - x^2}}$$

De donde $x = 5/\sqrt{2}$ maximiza el área $A(x)$.

En respuesta entonces, las dimensiones de aquel rectángulo cuya área es la mayor posible son:

$$\text{largo} = 2x = 5\sqrt{2} \text{ cm}, \quad \text{ancho} = y = 5/\sqrt{2} \text{ cm}.$$



9. Carlos dispone de un capital inicial de C_0 pesos y desea efectuar un depósito a plazo por este capital, en alguna entidad financiera que le ofrezca un beneficio conveniente. En una financiera le ofrecen duplicar su capital al cabo de tres años, con una tasa de interés compuesta anual. Se pide calcular el valor de dicha tasa de interés.

Solución: Sea i = tasa de interés.

Entonces de acuerdo a los datos se tiene:

$$\$ C_0 \cdot (1 + i)^3 = \$ 2 C_0$$

De donde:

$$(1 + i)^3 = 2.$$

Por lo tanto:

$$1 + i = \sqrt[3]{2}.$$

Luego:

$$i = \sqrt[3]{2} - 1 \approx 0,26.$$

Finalmente, el valor de la tasa de interés es de un 26 % aproximadamente.



10. El área de un cuadrado es igual a $4x^2 + 36x + 81$ cm². Si el lado del cuadrado disminuye en 4 cm, entonces se pide calcular en cuánto disminuye su área.

Solución: Sucede que:

$$4x^2 + 36x + 81 = (2x + 9)^2,$$

De donde el lado del cuadrado es $l = 2x + 9$.

Si el lado del cuadrado disminuye en 4 cm, entonces el lado será ahora:

$$l_2 = (2x + 9) - 4 = 2x + 5.$$

La nueva área será entonces:

$$(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25.$$

Lo cual nos dice que el área disminuye en:

$$(4x^2 + 36x + 81) - (4x^2 + 20x + 25) = 16x + 56 = 8(2x + 7) \text{ cm}^2.$$