



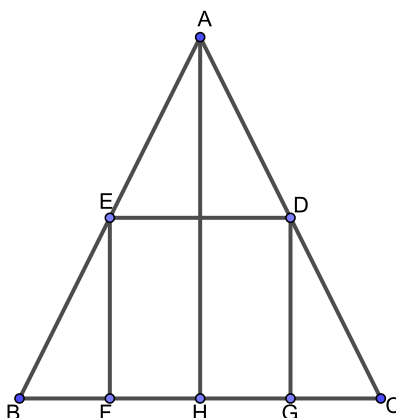
SOLUCIONES
SEGUNDA FASE - OLIMPIADAS ONLINE DE MATEMÁTICA 2020
PRIMERO Y SEGUNDO ENSEÑANZA MEDIA

Nombre:

Nivel:

Establecimiento :

1. En la figura adjunta, el triángulo ABC es isósceles de base $\overline{BC}$, y altura $\overline{AH}$. Si $EFGD$ es un rectángulo, y las medidas de los segmentos $\overline{BC}$, $\overline{AH}$, y $\overline{HG}$, son x , y , y z centímetros respectivamente, entonces el área del rectángulo $EFGD$ es igual a:



- a) $\frac{xz(y-z)}{y} \text{ cm}^2$.
- b) $z(x-z) \text{ cm}^2$.
- c) $\frac{2yz(x-2z)}{x} \text{ cm}^2$. **Alternativa Correcta**
- d) $\frac{yz(x-z)}{x} \text{ cm}^2$.
- e) Ninguna de las anteriores.



2. Este año 2020, hay 156 alumnos en primer año de Ingeniería Civil Industrial de la Universidad del Bío-Bío, de los cuales 52 cursan Álgebra Lineal, 63 Cálculo II, y 87 Química. De los cuales 26 cursan Álgebra Lineal y Cálculo II, 37 Cálculo II y Química, 23 Álgebra Lineal y Química, y 7 cursan las tres asignaturas. Entonces, la cantidad de alumnos que cursan Química y no Cálculo II es igual a:

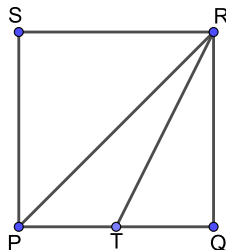
- a) 33
- b) 50 **Alternativa Correcta**
- c) 51
- d) 34
- e) Ninguna de las anteriores.

3. Once trabajadores labran un campo rectangular de 220 metros de largo y 48 metros de ancho, en 6 días. Entonces, para labrar otro campo de las mismas características, de 300 metros de largo por 56 metros de ancho, en cinco días, serán necesarios:

- a) 15 trabajadores.
- b) 11 trabajadores.
- c) 21 trabajadores. **Alternativa Correcta**
- d) 16 trabajadores.
- e) Ninguna de las anteriores.



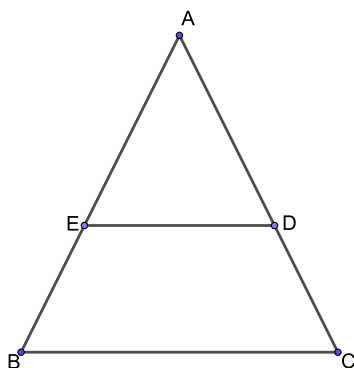
4. En la figura adjunta, $PQRS$ es un cuadrado, y T es el punto medio del lado $\overline{PQ}$. Si el área del triángulo PTR es igual a x^2 , entonces el lado del cuadrado mide:



- a) $\sqrt{x}$
b) x
c) $\sqrt{2x}$
d) $2x$ **Alternativa Correcta**
e) No se puede determinar.
5. De un estanque lleno con 40 litros de agua se consumió una cantidad equivalente a $7/8$ de su capacidad, reponiendo 2 litros. Entonces, la cantidad de litros de agua que se necesita para volver a llenar el estanque es igual a:
- a) 33 litros. **Alternativa Correcta**
b) 3 litros.
c) 7 litros.
d) 37 litros.
e) Ninguna de las anteriores.



6. En la figura adjunta, $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$. Si el área del triángulo ABC es 90 cm^2 , y las longitudes de los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{ED}$ son 15 cm y 10 cm respectivamente, entonces el área del trapecio $BCDE$ es igual a:



- a) 60 cm^2 .
- b) 50 cm^2 . **Alternativa Correcta**
- c) 40 cm^2 .
- d) 36 cm^2 .
- e) Ninguna de las anteriores.



-
7. Pedro tiene dos cuerdas, una de 120 metros y otra de 96 metros de largo. Desea cortarlas de modo que todos los trozos sean de igual longitud, y lo más largo posible. Entonces la cantidad de trozos de cuerda que obtendrá es igual a:
- a) 24
 - b) 5
 - c) 4
 - d) 9 **Alternativa Correcta**
 - e) Ninguna de las anteriores.



PROBLEMAS DE DESARROLLO: “En los siguientes tres problemas, que son de desarrollo, se le solicita a el (la) alumno(a) justificar de alguna forma sus conclusiones y/o resultados.”

8. El perímetro de un rectángulo es igual a x , y la suma de los valores recíprocos del ancho y del largo es igual a $\frac{1}{y}$. Se pide entonces calcular el área del rectángulo, en términos de x e y .

Solución: Si llamamos l al largo del rectángulo, y llamamos a al ancho del mismo, entonces se cumple:

$$2(a + l) = x$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{l} = \frac{1}{y}$$

De donde:

$$a + l = \frac{x}{2}$$

$$\frac{l + a}{al} = \frac{1}{y}$$

Es decir que:

$$\text{área del rectángulo} = al = \frac{xy}{2}$$



9. Juan quiere dividir una cartulina de 120 centímetros de largo y de 105 centímetros de ancho, en cuadrados iguales, tan grandes como sea posible, de forma que no le sobre ningún trozo de cartulina. Se pide determinar la medida del lado de cada cuadrado.

Solución: Sea x la medida del lado de cada cuadrado. Entonces, x debe ser divisor de 120 y de 105. Ahora, como los cuadrados deben ser tan grandes como sea posible, debemos encontrar el **máximo común divisor** entre 120 y 105.

Para ello observemos que:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

En consecuencia:

$$\text{m.c.d.}(120, 105) = 3 \cdot 5 = 15.$$

Por lo tanto, la medida del lado de cada cuadrado debe ser de:

$$x = 15 \text{ cm.}$$



10. Tres faros que se encuentran en la costa de una región austral de Chile, se encienden cada diferentes tiempos. El primer faro se enciende cada 18 segundos, el segundo faro se enciende cada 12 segundos, y el tercer faro se enciende cada 1 minuto. Si a las 20:00 horas los tres coinciden en el instante que encienden, se pide determinar las veces que volverán a coincidir en los 20 minutos siguientes.

Solución: El primer faro se enciende cada 18 segundos, el segundo faro se enciende cada 12 segundos, y el tercer faro se enciende cada 60 segundos.

Debemos encontrar el **mínimo común múltiplo** entre 18, 12, y 60.

Para ello observemos que:

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

En consecuencia:

$$\text{m.c.m.}(18, 12, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180.$$

Por lo tanto, la primera vez que vuelven a coincidir los tres faros al encender es a los 180 segundos, esto es, a los 3 minutos, es decir a partir de las 20:00 horas los tres coinciden cada 3 minutos, y por lo tanto **la cantidad de veces que volverán a coincidir en los 20 minutos siguientes es de:**

6 veces.